Homogénéisation numérique: progrès récents pour les problèmes non linéaires et dépendant du temps - méthodes basées sur l'identification de fonctionnelles macroscopiques

J. Yvonnet
Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME) UMR CNRS 8208, 5 Bd Descartes 77454 Marne-la-Vallée cedex 2, France

Nous présentons dans ce travail plusieurs méthodes numériques originales permettant de réaliser le calcul de structure composées de matériaux hétérogènes, dont les comportements mécaniques locaux peuvent être non linéaires ou dépendant du temps.
Si l'homogénéisation des matériaux linéaires est aujourd'hui bien maîtrisée, et spécialement dans le cas des matériaux composites périodiques, le cas des problèmes non linéaires ou dépendant du temps, se heurte à des difficultés très importantes. En effet, pour des morphologies, contrastes et comportements non linéaires des phases, la forme de la loi de comportement ne peut être déterminée dans le cas général et ne peut être identifiée par le biais d'un nombre fini de cas de chargements.
D'un autre côté, les méthodes numériques multi échelles disponibles sont la plupart basées sur des techniques de type "éléments finis à deux niveaux" [1] ou le comportement local est déterminé en chaque point d'intégration de la structure par résolution d'un problème non linéaire, pour chaque itération de l'algorithme de résolution non linéaire. Ces techniques sont extrêmement lourdes en terme de temps de calcul et conduisent à une complexité très importante des codes développés. Contrairement à ce type d'approche, nous proposons ici des techniques pour lesquelles le comportement n'est pas calculé par couplage entre les échelles, mais par l'identification de fonctionnelles permettant de construire la loi de comportement macroscopique, à partir de calculs préliminaires sur un VER. Nous nous restreindrons ici au cas de composites périodiques et supposons les échelles séparées.

Nous traitons dans un premier temps le cas des composites non linéaires indépendants du temps et de l'histoire de la déformation [2,3], en petites et grandes déformations. En vue de calculer la loi de comportement macroscopique non linéaire à partir de l'échelle macroscopique, nous identifions la fonction de densité d'énergie de déformation (ou potentiel) macroscopique à l'aide d'une base de fonctions d'interpolation en grandes dimension. Pour cela, des conditions aux limites correspondant à des points dans l'espace des déformations macroscopiques sont appliquées à un VER modélisé par éléments finis ou par des méthodes de type transformée de Fourier [4]. Les valeurs ponctuelles du potentiel macroscopique sont calculées numériquement. Une interpolation est ensuite réalisée afin de pouvoir calculer les contraintes et les valeurs de l'opérateur tangent par dérivation en vue d'un calcul de structure non linéaire par éléments finis. Nous illustrons la méthode au travers d'exemples associés à des composites dont les phases sont décrites par des comportements de type loi puissance ou hyperélastique.
Dans un deuxième temps, nous traitons le cas des matériaux composites viscoélastiques linéaires [5]. Si des méthodes basées sur la transformée de Laplace ont été proposées (voir par exemple [6]), celles-ci se heurtent à une complexité de calculs liés au nombre de problèmes éléments finis locaux à effectuer pour accéder à la transformée de Laplace inverse. Nous proposons ici une approche simple basée sur l'identification du tenseur de relaxation macroscopique (ou fonction de Green associé à l'opérateur linéaire en temps) à l'aide d'une base de fonctions d'interpolation dans le domaine temporel. Nous obtenons une loi de comportement macroscopique sous la forme d'un produit de convolution dans laquelle la fonction de Green est estimée par interpolation à partir de valeurs pré-calculées sur le VER. Des exemples appliqués au calcul de fluage de structures en béton sont présentés ainsi que de nombreux benchmarks permettant de tester la qualité de la solution.

Enfin, nous discutons le cas des composites non linéaires dépendant de l'histoire de chargement tels que les composites élastoplastiques. Des approches mêlant les principes exposés ci-dessus et des techniques de type Non Uniform Transformation Analysis (NTFA) [7] sont discutées dans les perspectives.

[1] F. Feyel, Multiscale FE2 elastoviscoplastic analysis of composite structure, Comput. Mater. Sci. 16 (1–4):433–454 (1999)

[2] J. Yvonnet, D. Gonzalez, Q.-C. He, Numerically explicit potentials for the homogenization of nonlinear elastic heterogeneous materials, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., 198:2723-2737 (2009)

[3] J. Yvonnet, Q.-C He, A non-concurrent multiscale method for computing the response of nonlinear heterogeneous structures, European Journal of Computational Mechanics, 19:105-116 (2010)

[4] J.C. Michel, H. Moulinec, P. Suquet, Effective properties of composite materials with periodic microstructures: a computational approach. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 172, 109–143 (1999)

[5] A.B. Tran, J. Yvonnet, Q.-C. He, C. Toulemonde, J. Sanahuja, A simple mutiscale computational approach for the homogenization of linear viscoelastic heterogenous structures, in preparation.

[6] M. L´evesque, M. D. Gilchrist, N. Bouleau, K. Derrien, D. Baptiste, Numerical inversion of the Laplace-Carson transform applied to homoge nization of randomly reinforced linear viscoelastic media, Comput. Mech. 40:771-789 (2007)

[7] J.C. Michel, P. Suquet, Computational Analysis of nonlinear composites structures using the non uniform transformation field analysis. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 193, 5477–5502 (2004)